ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN THÀNH HUẾ

MỘT TIẾP CẬN CÂN BẰNG TÁCH CHO MÔ HÌNH NASH - COURNOT VỚI MỘT RÀNG BUỘC CHUNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2019

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN THÀNH HUẾ

MỘT TIẾP CẬN CÂN BẰNG TÁCH CHO MÔ HÌNH NASH - COURNOT VỚI MỘT RÀNG BUỘC CHUNG

Chuyên ngành: Toán ứng dụng
Mã số : 8 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC
GS.TSKH. Lê Dũng Mưu

THÁI NGUYÊN - 2019

Lời cảm ơn

Luận văn này được hoàn thành dưới sự hướng dẫn của GS.TSKH. Lê Dũng Mưu (trường Đại học Thăng Long Hà Nội). Tác giả xin được bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sắc tới thầy hướng dẫn khoa học của mình, người đã đặt vấn đề nghiên cứu, dành nhiều thời gian hướng dẫn và tận tình giải đáp những thắc mắc của tác giả trong suốt quá trình làm luận văn.

Tác giả cũng đã học tập được rất nhiều kiến thức chuyên ngành bổ ích cho công tác và nghiên cứu của bản thân. Tác giả xin bày tỏ lòng cảm ơn sâu sắc tới các thầy giáo, cô giáo đã tham gia giảng dạy lớp cao học Toán, nhà trường và các phòng chức năng của trường, khoa Toán - Tin, trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên đã quan tâm và giúp đỡ tác giả trong suốt thời gian học tập tại trường.

Xin chân thành cảm ơn anh chị em trong lớp cao học và bạn bè đồng nghiệp đã trao đổi, động viên và khích lệ tác giả trong quá trình học tập, nghiên cứu và làm luận văn.

Thái Nguyên, 10 tháng 4 năm 2019

Tác giả luận văn

Nguyễn Thành Huế

Mục lục

Bảng ký hiệu

$\mathbb{R}^n_+$	Góc không âm của $\mathbb{R}^n$ (tập các vectơ không âm)
$\mathbb{R}$	Trục số thực $\mathbb{R} = \mathbb{R}^1$
$\overline{R}$	Trục số thực mở rộng ($\overline{R} = \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$)
x_i	Tọa độ thứ i của x
x^T	Vectơ hàng (chuyển vị của x)
$\|\|x\|\|$	Chuẩn Euclid của x
ri$A$	Tập hợp các điểm trong tương đối của A
re$A$	Nón lùi xa (nón các hướng vô hạn) của A
A^*	Đối cực của A
$\overline{f}$	Hàm bao đóng của f
dom$f$	Tập hữu dụng của f
f^*	Hàm liên hợp của f
epi$f$	Trên đồ thị của f
$\partial f(x)$	Dưới vi phân của f tại x
$\partial_\in f(x)$	ε -dưới vi phân của f tại x
$\nabla f(x)$	Hoặc đạo hàm của f tại x
$f'(x)$	Đạo hàm f tại x
$f'(x, d)$	Đạo hàm theo hướng d của f tại x

Lời nói đầu

Bài toán chấp nhận tách là bài toán

$$\text{Tìm } x^* \in C \text{ sao cho } Ax^* \in Q,$$

trong đó C là một tập lồi đóng trong không gian X, còn Q là một tập lồi đóng trong không gian Y và A là một toán tử tuyến tính từ X vào Y.

Bài toán này có thể coi như một sự mở rộng của bài toán chấp nhận lồi, là một bài toán cơ bản trong Toán ứng dụng. Bài toán chấp nhận tách lần đầu tiên được nghiên cứu trong không gian Euclid hữu hạn chiều bởi Censor và Elving năm 1994 trong tài liệu [2]. Trong bài báo này các tác giả đã giới thiệu một số ứng dụng của bài toán chấp nhận tách trong không gian hữu hạn chiều, như ứng dụng trong xạ trị khối u, trong xử lý tín hiệu v.v... Sau công trình trên, bài toán chấp nhận tách được rất nhiều người quan tâm nghiên cứu, do tính lý thú về mặt toán học, và đặc biệt là phạm vi ứng dụng rộng rãi của bài toán này. Một hướng mở rộng được quan tâm nhiều là xét trường hợp khi các tập C và Q là nghiệm của những bài toán khác, như bài toán tối ưu lồi, bất đẳng thức biến phân đơn điệu, tập điểm bất động của ánh xạ không giãn, hoặc tổng quát hơn là tập nghiệm của bài toán cân bằng có một tính chất đơn điệu nào đó.

Mục đích của bản luận văn này là trình bày lại một cách có hệ thống các kết quả về mô hình Nash–Cournot trong trường hợp mô hình có thêm một ràng buộc chung, theo cách tiếp cận dựa trên việc mô tả mô hình dưới dạng bài toán cân bằng tách.

Luận văn bao gồm phần mở đầu, hai chương, kết luận và danh mục các tài liệu tham khảo.

Chương 1 trình bày một số khái niệm cơ bản liên quan đến đề tài, đó là tập lồi và hàm lồi trong không gian Euclid hữu hạn chiều.

Chương 2 giới thiệu bài toán chấp nhận lồi tách, giới thiệu mô hình Nash–Cournot và trình bày một thuật toán giải bài toán mô hình Nash–Cournot có ràng buộc chung theo tiếp cận cân bằng tách.

Chương 1

Kiến thức chuẩn bị

Chương này trình bày các khái niệm, các tính chất cơ bản nhất của giải tích lồi và các bổ đề hỗ trợ sẽ được dùng trong Chương 2. Các kiến thức ở chương này được tổng hợp từ tài liệu tham khảo [1], [3].

1.1. Tập lồi và hàm lồi trong không gian Euclid hữu hạn chiều

Định nghĩa 1.1 Một tập $C \subseteq \mathbb{R}^n$ được gọi là một *tập lồi*, nếu C chứa mọi đoạn thẳng đi qua hai điểm bất kỳ của nó. Tức là C lồi khi và chỉ khi

$$\forall x, y \in C,\ \forall \lambda \in [0, 1] \Rightarrow \lambda x + (1 - \lambda)y \in C.$$

Ta nói x là *tổ hợp lồi* của các điểm (vectơ) $x^1, ..., x^k$ nếu

$$x = \sum_{j=1}^{k} \lambda_j x^j, \lambda_j > 0\ \forall j = 1, ..., k \sum_{j=1}^{k} \lambda_j = 1.$$

Tương tự, x là *tổ hợp aphin* của các điểm (vectơ) $x^1, ..., x^k$ nếu

$$x = \sum_{j=1}^{k} \lambda_j x^j, \sum_{j=1}^{k} \lambda_j = 1.$$

Tập hợp của các tổ hợp aphin của $x^1, ..., x^k$ thường được gọi là *bao aphin* của các điểm này.

Mệnh đề 1.1 *Tập hợp C là lồi khi và chỉ khi nó chứa mọi tổ hợp lồi của các điểm của nó. Tức là tập C lồi khi và chỉ khi*

$$\forall k \in N, \forall \lambda_1, ..., \lambda_k > 0 : \sum_{j=1}^{k} \lambda_j = 1, \forall x^1, ..., x^k \in C \Rightarrow \sum_{j=1}^{k} \lambda_j x_j \in C.$$

Chứng minh. Điều kiện đủ là hiển nhiên từ định nghĩa. Ta chứng minh điều kiện cần bằng quy nạp theo số điểm. Với $k = 2$, điều cần chứng minh suy ra ngay từ định nghĩa của tập lồi và tổ hợp lồi. Giả sử mệnh đề đúng với $k - 1$ điểm. Ta cần chứng minh với k điểm.

Giả sử x là tổ hợp lồi của k điểm $x^1, ..., x^k \in C$. Tức là

$$x = \sum_{j=1}^{k} \lambda_j x^j, \lambda_j > 0 \ \forall j = 1, ..., k \sum_{j=1}^{k} \lambda_j = 1.$$

Đặt

$$\xi = \sum_{j=1}^{k-1} \lambda_j.$$

Khi đó $0 < \xi < 1$ và

$$x = \sum_{j=1}^{k-1} \lambda_j x^j + \lambda_k x^k = \xi \sum_{j=1}^{k-1} \frac{\lambda_j}{\xi} x^j + \lambda_k x^k$$

do

$$\sum_{j=1}^{k-1} \frac{\lambda_j}{\xi} = 1.$$

Với $\frac{\lambda_j}{\xi} > 0$ với mọi $j = 1, ..., k - 1$, nên theo giả thiết quy nạp, điểm

$$y := \sum_{j=1}^{k-1} \frac{\lambda_j}{\xi} x^j \in C.$$

Ta có

$$x = \xi y + \lambda_k x^k.$$

Do $\xi > 0, \lambda_k > 0$ và

$$\xi + \lambda_k = \sum_{j=1}^{k} \lambda_j = 1,$$

nên x là một tổ hợp lồi của hai điểm y và x^k đều thuộc C. Vậy $x \in C$.

$\square$

Định nghĩa 1.2 Một tập C được gọi là *tập aphin* nếu nó chứa đường thẳng đi qua hai điểm bất kỳ của nó, tức là

$$\forall x, y \in C,\ \forall \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda x + (1-\lambda)y \in C.$$

Vậy tập aphin là một trường hợp riêng của tập lồi. Ví dụ điển hình của tập aphin là các không gian con, siêu phẳng được định nghĩa dưới đây.

Định nghĩa 1.3 *Siêu phẳng* trong không gian $\mathbb{R}^n$ là một tập hợp các điểm có dạng

$$\{x \in \mathbb{R}^n | a^T x = \alpha\},$$

trong đó $a \in \mathbb{R}^n$ là một vectơ khác 0 và $\alpha \in \mathbb{R}$.

Vectơ a thường được gọi là vectơ pháp tuyến của siêu phẳng. Một siêu phẳng sẽ chia không gian ra hai nửa không gian. Nửa không gian được định nghĩa như sau:

Định nghĩa 1.4 *Nửa không gian* là một tập hợp có dạng $\{x | a^T x \geq \alpha\}$, trong đó $a \neq 0$ và $\alpha \in \mathbb{R}$. Đây là nửa không gian đóng. Tập $\{x |\ a^T x > \alpha\}$ là nửa không gian mở.

Định nghĩa 1.5 Các điểm $x^0, x^1, ..., x^k$ trong $\mathbb{R}^n$ được gọi là *độc lập aphin,* nếu bao aphin của chúng có thứ nguyên là k.

Định nghĩa 1.6 Một tập hợp được gọi là *tập lồi đa diện*, nếu nó là giao của một số hữu hạn các nửa không gian đóng.

Theo định nghĩa, tập lồi đa diện là tập hợp nghiệm của một hệ hữu hạn các bất phương trình tuyến tính. Dạng tường minh của một tập lồi đa diện được cho như sau:

$$D := \{x \in \mathbb{R}^n | \left\langle a^j, x \right\rangle \leq b_j, j = 1, ..., m\}.$$